



ТО‘Г‘РИ CHIZIQNING BURCHAK KOEFFITSIYENTLI HAMDA UNING TURLI TENGLAMALARI

Qurbonov G‘.G‘.

*Buxoro davlat pedagogika instituti “Aniq fanlar” kafedrasida dotsenti,
pedagogika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD)*

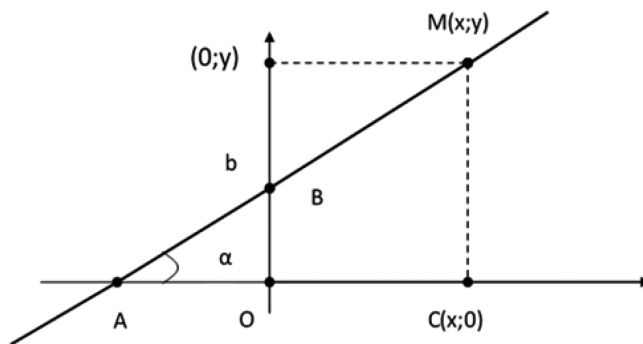
Таянч со‘злар: то‘г‘ри chiziq, burchak koeffitsiyenti, parallel, perpendikulyar, umumiy tenglama.

Ключевые слова: прямая, угловой коэффициент, параллель, перпендикуляр, общее уравнение.

Key words: straight line, slope, parallel, perpendicular, general equation.

Analitik geometriya – geometriyaning bir bo‘limi hisoblanib, unda sodda geometrik obrazlar (nuqtalar, to‘g‘ri chiziqlar, tekisliklar, ikkinchi tartibli egri chiziqlar va sirtlar) koordinatalar usuli asosida algebraik vositalar bilan o‘rganiladi.

Bizda XOY dekart koordinatalar sistemasida to‘g‘ri chiziqning quyidagi parametrlari berilgan bo‘lsin.



1-chizma

- 1) To‘g‘ri chiziq bilan absissa o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchak α ;
- 2) To‘g‘ri chiziq bilan ordinata o‘qining kesishish nuqtasi (to‘g‘ri chiziqning ordinata o‘qidan ajratgan kesmasi) koordinatalari $(0; b)$ [1].

Berilganlardan foydalanib, to‘g‘ri chiziq tenglamasini keltirib chiqaramiz, hamda $tga = \frac{OB}{AO}$, $OB = b$ ekanligidan $AO = \frac{b}{tga}$ natijaga erishiladi.

1. Ox o‘qining musbat yo‘nalishi bilan to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak α va $B(0; b)$ nuqta to‘g‘ri chiziqning ordinata o‘qi bilan kesishgan nuqtasi
2. Ixtiyoriy $M(x; y)$ nuqta tanlaymiz va $\triangle ABO$ va $\triangle AMC$ uchburchaklar o‘xshashligidan

$$\frac{OB}{MC} = \frac{AO}{AC} \Rightarrow b\left(\frac{b}{tg\alpha} + x\right) = \frac{yb}{tg\alpha}$$

$$y = xtg\alpha + b \text{ va } tg\alpha = k$$

deb belgilash kiritsak,

$$y = kx + b \tag{1}$$

to'g'ri chiziq tenglamasi kelib chiqadi.

To'g'ri chiziqning tenglamasini k va b lar bo'yicha tahlil qilamiz:

1. $k > 0$ bo'lsa, $tg\alpha > 0$ bo'ladi. Bunda $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \alpha$ o'tkir burchak;
2. $k < 0$ bo'lsa, $tg\alpha < 0$, bo'ladi. Bunda $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi) \Rightarrow \alpha$ o'tmas burchak;
3. $b > 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq'imiz ordinata o'qini musbat tomoni bilan kesishadi;
4. $b < 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq'imiz ordinata o'qini manfiy tomoni bilan kesishadi.

k va b larni o'zaro kombinatsiyasidan quyidagilar kelib chiqadi:

1. $k > 0, b > 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq'imiz koordinatalar sistemasining I, II va III choragidan o'tadi;
2. $k > 0, b < 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq'imiz koordinatalar sistemasining I, III va IV choragidan o'tadi;
3. $k < 0, b > 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq'imiz koordinatalar sistemasining I, II va IV choragidan o'tadi;
4. $k < 0, b < 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq'imiz koordinatalar sistemasining II, III va IV choragidan o'tadi.

1-Misol. Umumiy tenglamasi $4x - 6y + 3 = 0$ bo'lgan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasini toping.

Yechish: Berilgan to'g'ri chiziq tenglamasidan burchak koeffitsiyenti va boshlang'ich ordinatasini topamiz:

$$4x - 6y + 3 = 0 \Rightarrow 6y = 4x + 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$$

hosil bo'ladi. Bu yerda

$$k = \frac{2}{3}, \quad b = \frac{1}{2}$$

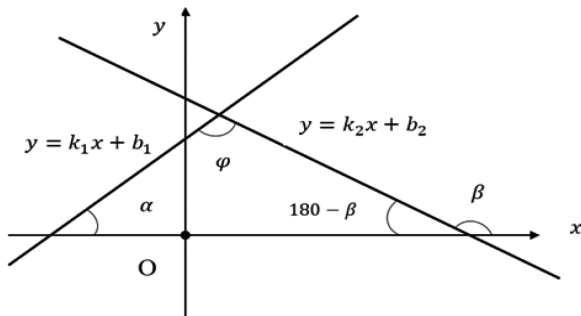
ga teng bo'ladi.

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak.

Dekart kordinatalar tekisligida $y = k_1x + b_1$ va $y = k_2x + b_2$ tenglamalar bilan ikkita to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin.

Biz ikki to'g'ri chiziq orasidagi φ burchakni topish uchun:

- 1) to'g'ri chiziqning Ox o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchakni α desak, bundan $tg\alpha = k_1$.
- 2) to'g'ri chiziq Ox o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchakni β desak, $tg\beta = k_2$ kelib chiqadi [2].



2-chizma



Uchburchakning ichki burchaklari yig'indisi formulasi

$$\alpha + 180 - \beta + \varphi = 180 \Rightarrow \varphi = \beta - \alpha \Rightarrow tg\varphi = tg(\beta - \alpha)$$

$$tg\varphi = \frac{tg\beta - tg\alpha}{1 + tg\beta \cdot tg\alpha}$$

kelib chiqadi. Yuqoridagi belgilashlardan foydalansak,

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \quad (2)$$

ikki to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti topish formulasi kelib chiqadi.

2-Misol. Dekart koordinatalar tekisligida $y = x + 4$ va $y = 2x - 7$ tenglamalar ikkita to'g'ri chiziq berilgan bo'lsa, ular orasidagi burchakni toping.

Yechish: Bizga berilgan $k_1 = 1$ va $k_2 = 2$ ekanligidan, yuqorida berilgan (2) formuladan foydalanib,

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} = \frac{2 - 1}{1 + 1 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

ikkita to'g'ri chiziq orasidagi burchak $\varphi = arctg \frac{1}{3}$ tengligi kelib chiqadi.

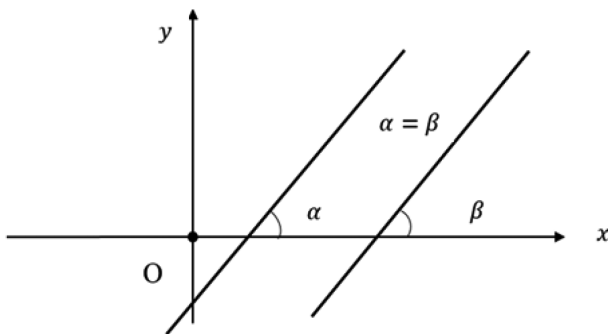
To'g'ri chiziqning parallelizm alomatlari.

1-usul. $y = k_1x + b_1$ to'g'ri chizig'imiz $y = k_2x + b_2$ ga parallel, ya'ni $\varphi = 0$ bo'lganda, $tg\varphi = 0$ bo'lib, $\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} = 0$ bo'ladi. Bu yerda $k_2 - k_1 = 0$ bo'lsa, $k_1 = k_2$ bo'lishi kelib chiqadi.

2-usul. $\alpha = \beta$ bo'lsa, $tg\alpha = tg\beta$ bo'ladi. Bundan

$$k_1 = k_2 \quad (3)$$

ekanligi kelib chiqadi. To'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun ularning burchak koeffitsiyenti teng bo'lishi kerak.



3-chizma

To'g'ri chiziqning perpendikulyarlik alomatlari.

$y = k_1x + b_1$ to'g'ri chiziq $y = k_2x + b_2$ ga perpendikulyar bo'lsa, $tg\varphi = tg90^\circ$ bo'ladi. $tg90^\circ$ mavjud bo'lmagani va aniqlanmagan bo'lishi kerak. Bu uchun $1 + k_1 \cdot k_2 = 0$ bo'lishi kerakligidan $k_1 \cdot k_2 = -1$ bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki,

$$k_2 = -\frac{1}{k_1} \quad (4)$$

to'g'ri chiziqlar perpendikulyar bo'lishi uchun ularning burchak koeffitsiyentlari ham teskari ham qarama-qarshi ishorali bo'lishi kerak.

3-Misol. $y = 4x - 2$ to'g'ri chiziqqa parallel va perpendikulyar to'g'ri chiziqni toping.

Yechish: 1) $y = 4x - 2$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziqni topish uchun yuqoridagi (3) formuladan foydalanib, $y = 4x + c$ ekanligi kelib chiqadi.

2) $y = 4x - 2$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziqni topish uchun yuqoridagi (4) formuladan foydalanib, $y = -\frac{1}{4}x + c$ ekanligi kelib chiqadi.

Berilgan nuqtadan o'tib berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi.

XOY tekisidagi $l: y = kx + b$ to'g'ri chiziq va koordinatalari $M(x_0; y_0)$ nuqtalar berilgan bo'lsin [3]. M nuqtadan o'tib l to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzaylik.

1-usul. $y = kx + b$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan $y = kx + c$ to'g'ri chiziq $M(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tishi uchun $y_1 = kx_1 + c$ tenglik o'rinli bo'lishi kerak.

$$c = y_1 - kx_1 \text{ bu tenglikdan}$$

$$y = kx + (y_1 - kx_1) \tag{5}$$

kelib chiqadi.

2-usul. $M(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq dastasi

$$y - y_1 = d(x - x_1),$$

$$y = dx + y_1 - dx_1 \tag{5.6}$$

ko'rinishida ifodalaniladi.

Bu to'g'ri chiziq $y = kx + b$ bilan parallel bo'lishi uchun $d = k$ bo'lishi kerak. Bundan kelib chiqib,

$$y = kx + y_1 - kx_1$$

ko'rinishidagi tenglamamiz **berilgan nuqtadan o'tib berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi** deyiladi.

4-Misol. Berilgan $M(2; -1)$ nuqtadan $y = 0,3x - 7$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzing.

1-usul. Bu to'g'ri chiziq $y = kx + b$ bilan parallel bo'lishi uchun $N = k$ bo'lsa, $y = kx + y_0 - kx_0$ ekanligidan $y = 0,3x + c$ formuladan

$$0,3 \cdot 2 + c = -1 \Rightarrow 0,6 + c = -1 \Rightarrow c = -1,6$$

$y = 0,3x - 1,6$ kelib chiqadi.

2-usul: Bu to'g'ri chiziq $y = kx + b$ bilan parallel bo'lishi uchun $N = k$ bo'lsa, $y = kx + y_0 - kx_0$ ekanligidan

$$y + 1 = k(x - 2) \Rightarrow y = kx - 2k - 1 \Rightarrow k = 0,3$$

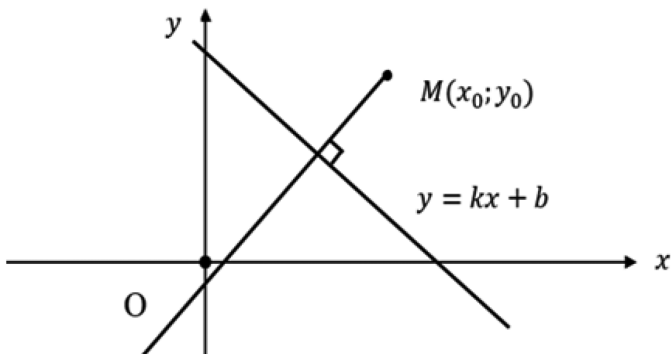
$$y = 0,3x - 2 \cdot 0,3 - 1$$

$$y = 0,3x - 1,6$$

kelib chiqadi. $M(2; -1)$ nuqtadan $y = 0,3x - 7$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi $y = 0,3x - 1,6$ ko'rinishida bo'ladi.

Berilgan nuqtadan o'tib berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi.

Bizga dekart koordinatalar tekisligida $y = kx + b$ to'g'ri chiziq va $M(x_0; y_0)$ nuqta berilgan bo'lsin. Bu to'g'ri chiziqqa perpendikulyar va M nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzamiz.



4-chizma



1-usul. Berilgan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan $y = -\frac{1}{k}x_0 + c$ tenglamamizdan c ni topsak, $c = y_0 + \frac{1}{k}x_0$

$$y = -\frac{1}{k}x + y_0 + \frac{1}{k}x_0$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

2-usul. $y - y_0 = d(x - x_0)$ tenglamadan d ni topsak, $y = dx + y_0 - dx_0$ va $d = -\frac{1}{k}$ ekanligi kelib chiqadi hamda

$$y = -\frac{1}{k}x + y_0 + \frac{1}{k}x_0. \quad (7)$$

to‘g‘ri chiziq tenglamasini topdik.

5-Misol. Berilgan $M(2; -3)$ nuqtadan o‘tib berilgan $y = 0,5x - 2$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi toping.

Yechish: Yuqorida berilgan (7) formuladan, $y = 0,5x - 2$ to‘g‘ri chiziq tenglamasiga perpendikulyar bo‘lgan $y = -2x + c$ tenglamasidan, c va d ni topamiz.

$$-3 = -2 \cdot 2 + c \Rightarrow c = 1$$

$$(y + 3) = d(x - 2)$$

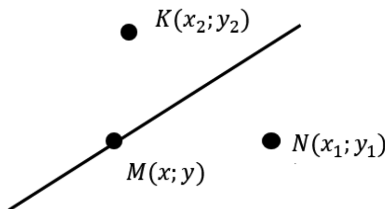
$$y + 3 = dx - 2d \Rightarrow y = dx - 2d - 3 \Rightarrow d = -2.$$

$M(2; -3)$ nuqtadan o‘tib berilgan $y = 0,5x - 2$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi $y = -2x + 1$ bo‘ladi.

To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi.

Bizda ma’lumki tekislikdagi ixtiyoriy ikkita nuqtadan bir xil uzoqlikda yotgan nuqtalarning geometrik o‘rni to‘g‘ri chiziqni ifodalaydi [4].

Bizga $N(x_1; y_1)$ va $K(x_2; y_2)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.



5-chizma

Berilgan ikki nuqtadan teng uzoqlikda yotgan to‘g‘ri chiziqda $M(x; y)$ nuqta olamiz. Bu yerda $|KM| = |NM|$ ekanligidan

$|NM| = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$ va $|KM| = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}$ teng bo‘ladi. Bu tengliklardan

$$\begin{aligned} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} &= \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} \\ x^2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 - 2yy_1 + y_1^2 &= \\ &= x^2 - 2xx_2 + x_2^2 + y^2 - 2yy_2 + y_2^2 \\ 2xx_2 - 2xx_1 + x_1^2 - x_2^2 + 2yy_2 - 2yy_1 + y_1^2 - y_2^2 &= 0 \\ (2x_2 - 2x_1)x + (2y_2 - 2y_1)y + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 &= 0 \end{aligned}$$

kelib chiqib, $2x_2 - 2x_1 = A$, $2y_2 - 2y_1 = B$ va $x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 = C$ belgilash keritsak,

$$Ax + By + C = 0 \quad (A^2 + B^2 \neq 0) \quad (8)$$

to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi hosil bo‘ladi.

6-Misol. Berilgan $N_1(2; 3)$ va $N_2(4; -2)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini toping.

Yechish: Yuqorida berilgan (8) formulada

$$\begin{aligned} |N_1M| &= |N_2M| \text{ ekanligidan} \\ \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} &= \sqrt{(x-4)^2 + (y+2)^2} \\ (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) &= (x^2 - 8x + 16) + (y^2 + 4y + 4) \\ -4x + 4 - 6y + 9 &= -8x + 16 + 4y + 4 \\ 4x + 13 &= 10y + 20 \end{aligned}$$

ekanligi ma'lum bo'ldi. Bundan kelib chiqib, N_1 va N_2 nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan to'g'ri chiziq tenglamasi $4x - 10y - 7 = 0$ ko'rinishda bo'ladi.

Xulosa o'rinda shuni ta'kidlash lozimki, yuqorida berilgan ta'rif va tushunchalardan foydalanish fanni to'liq o'zlashtirishga yordam beribgina qolmay, talabalarning bilim va ko'nikmalarini rivojlanishga olib keladi. Bu esa, ularning individual faoliyat olib borishi bilan bir qatorda, o'z imkoniyatlari va kelajakdagi muvofaqiyatli yo'llarini belgilashda xizmat qiladi.

Adabiyotlar:

1. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti Toshkent. 2008 y.
2. Baxvalov S.V., Modenov P.S., Parxomenko A.S. Analitik geometriyadan masalalar to'plami. T.Universitet, 586 b, 2005 y.
3. Погорелов А.В. Аналитик геометрия. Т. Ўқитувчи, 1983 й.
4. T.H.Rasulov., G'.G'.Qurbonov., Z.N.Hamdammov. Analitik geometriyadan misol va masalalar. O'quv qo'llanma., Durdon nashriyoti. 2021 y.

РЕЗЮМЕ

Mazkur maqolada oliy ta'lim muassasalarining geometriya darslarida to'g'ri chiziq haqidagi ma'lumotlarni o'quv jarayoniga joriy etishda ilmiy asoslagan holda shakllantirilgan, natijada tegishli xulosalar chiqarilgan.

РЕЗЮМЕ

В данной статье сведения о прямой на уроках геометрии вузов сформированы на научной основе, в результате чего сделаны соответствующие выводы.

SUMMARY

In this article, information about the straight line in university geometry lessons is formed on a scientific basis, as a result of which appropriate conclusions are drawn.