P-ADIKALÍQ SANLAR TEORIYASI JÁNE ONÍŃ MATEMATIKALÍQ SISTEMALARDAǴÍ QOLLANÍLÍWÍ

Seytekova Venera Joldasbaevna,
Nókis qalası №9-sanlı mektep, joqarı kategorıyalı matematika páni oqıtıwshısı
E-mail:seytekovavenera@gmail.com

Doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.15097481

Annotaciya: *Bul maqalada p-adikalıq sanlar teoriyası, onıń tiykarǵı túsinikleri hám matematikalıq modeller menen baylanıslı qásiyetleri kórip shıǵıladı. Maqalada p-adikalıq sanlardıń norması, p-adikalıq teńlemeler, hám olardıń algebralıq hám funkcional analizindegi áhmiyeti sóz etiledi. Ásirese, p-adikalıq sanlardıń fizika, itimallar teoriyası hám kriptografiya tarawlarındaǵı qollanılıwı talqılanadı. Sonıń menen birge, Ostrovskiy teoreması hám basqa matematikalıq metodlardıń p-adikalıq sanlar maydanındaǵı ayrıqshalıqları anıqlanadı.*

Gilt sózler: *p-adikalıq sanlar, p-adikalıq norma, p-adikalıq teńlemeler, algebralıq geometriya, funkcional analiz, Ostrovskiy teoreması, kriptografiya, itimallar teoriyası.*

Kirisiw: Sanlar teoriyasınıń eń áhmiyetli bólimlerinen biri bul salıstırıwlar teoriyası bolıp tabıladı. Salıstırıwlar teoriyası menen tıǵız baylanıslı bolǵan tarawlardıń biri bul *p*-adikalıq sanlar. Bul sanlarǵa anıqlama p-adikalıq norma járdeminde beriledi, yaǵnıy racional sanlar kópligin p-adikalıq norma dep atalıwshı norma menen tolıqtırıladı. Payda bolǵan racional sanlardıń keńeytpesi jańa sanlı kóplik bolıp, bul sanlar p-adikalıq sanlar delinedi[1. 190].

p-adikalıq sanlar teoriyası házirgi zamanda rawajlanıp atırǵan matematikanıń eń tez rawajlanıp atırǵan tarawlarınıń biri bolıp tabıladı. Sol sebepli de bul teoriyaǵa qızıǵıwshılıq ádewir joqarı. Biz endi p-adikalıq analiz benen haqıyqıy analizdi salıstırıp kórsek, *p*-adikalıq analizde haqıyqıy analizden parıqlanadı. Ayırım jaǵdaylarda qızıqlı qásiyetlerge iye boladı. Bul *p*-adikalıq sanlardıń jaqsı qásiyetlerinen biri bul qatar jıynaqlı bolıwı ushın onıń ulıwma aǵzası nolge umtılıwı zárúr hám jeterli boladı, al haqıyqıy sanlarda tek jeterli shárt bar. Bul sanlar maydanınıń jaman qásiyetlerinen biri bul maydanda tártip kiritip bolmaydı, yaǵnıy *p*-adikalıq sanlardı salıstırıp bolmaydı[2. 352. 4. 155-162].

Házirgi waqıtta hár qıylı matematikalıq tarawlar *p*-adikalıq sanlar maydanında úyrenilip atır. *p*-adikalıq sanlar teoriyası zamanagóy matematikanıń eń tez rawajlanıp atırǵan maydanlarınıń biri bolıp tabıladı. Máselen *p*-adikalıq matematikalıq fizika, *p*-adikalıq itimallıqlar teoriyası, *p*-adikalıq differenciallıq teńlemeler, *p*-adikalıq dinamikalıq sistema hám t. b. XIX ásirdiń aqırlarında nemec matematigi K.Genzel tárepinen pánge *p*-adikalıq sanlardı birinshi bolıp kiritilgen[3. 176. 5. 216].

Bizge málim bolǵanınday eger racional sanlar maydanın ápiwayı norma menen (absolyut shama) keńeyttirsek biz haqıyqıy sanlar maydanın payda etemiz. Usıǵan uqsas racional sanlar maydanın *p*-adikalıq norma dep atalıwshı norma menen keńeyttirsek *p*-adikalıq sanlar maydanı payda bolıp, *p*-adikalıq norma arximed bolmaǵan norma esaplanadı. Arximed bolmaǵan norma bul «kúshli úshmúyeshlik teńsizligin» qanaatlandırıwshı norma boladı. Sonıń ushında *p*-adikalıq sanlardıń qásiyetleri haqıyqıy sanlardıń qásiyetlerinen parıqlanıp, ájayıp qásiyetlerge iye, bolıp *p*-adikalıq sanlar teoriyasında Ostrovskiy teoreması dep atalıwshı teorema bar bolıp, bul teoremanıń mánisi racional sanlar maydanında qálegen kiritilgen jańa norma yamasa absolyut shamaǵa (yaǵnıy ápiwayı normaǵa), yamasa bazı-bir ápiwayı *p* ushın *p*-adikalıq normaǵa ekvivalent bolıwınan ibarat. Arximed bolmaǵan geometriya evklid geometriyasına uqsamaydı. Dara jaǵdayda, bul jerde barlıq úshmúyeshlikler teń qaptallı boladı. Eki shardıń biri ekinshisiniń ishinde jatsa, bir-biri menen kesilisedi.

p**-adikalıq sanlar maydanı**. Haqıyqıy sanlar $\mathbf{R}$ racional sanlardı tolıqtırıw dep atalatuǵın processten payda boladı. Bul processti qálegen metrikalıq keńislik ushın qollanıw múmkin, yaǵnıy *d* aralıq funkciyası menen *M* keńislik. Bos bolmaǵan *M* kópliginde elementlerdiń (x, y) tártiplengen juplıqlardıń kópliginde anıqlanǵan $d:$ $M \times M \to \mathbf{R}$ funkciyası *aralıq* delinedi, eger tómendegi shártlerdi qanaatlandırsa: [6. 125-145]

1) $d(x,y) \geq 0;$ $d(x,y)=0 \Leftrightarrow x=y;$

2) $d(x,y)=d(y,x),$ $\forall x,y \in M;$

3) $d(x,y) \leq d(x,z)+d(z,y),$ $\forall x,y,z \in M.$

M metrikalıq keńisliktiń $\{r_n\}$ noqatlar izbe-izligi *Koshi izbe-izligi* delinedi, eger qálegen $\varepsilon > 0$ sanı ushın sonday natural *N* sanı bar bolıp, barlıq $n, m > N$ lerde $d(r_n, r_m) < \varepsilon$ bolsa. Eger *M* degi qálegen izbe-izlik *M* de limitke iye bolsa, onda *M* *tolıq metrikalıq keńislik* delinedi. Eger *M* tolıq emes bolsa, onda sonday metrikalıq $\bar{M}$ keńisligi bar bolıp hám

1) $\bar{M}$ tolıq;

2) $\bar{M}$ keńisligi $\bar{M}_0$ úles kóplikti óz ishine aladı hám bul $\bar{M}_0$ kóplik M ge izometrikalıq;

3) $\bar{M}_0$ kópligi $\bar{M}$ de hámme jerde tıǵız ($\bar{M}$ degi hár bir noqat $\bar{M}_0$ noqatlardıń limit noqatı boladı).

$\bar{M}$ niń tolıqtırıwshısınıń anıq konstrukciyasın beredi. Onıń elementi – bul M degi Koshi izbe-izliginiń ekvivalentlik klasları (x_n hám y_n izbe-izlikleri *ekvivalent* delinedi, eger $d(x_n, y_n) \to 0$ bolsa).

$M = \mathbf{Q}$ ushın biz racional sanlar arasındağı ápiwayı evklid aralığın tómendegishe anıqlaymız:

$$d(r_1, r_2) = |r_1 - r_2|. \qquad (1)$$

Bunda aralıq **Q** degi evklid normasınan payda boladı, bul norma absolyut shama delinedi hám “sanlı kósherdegi” ápiwayı aralıqtı beredi[7. 21-31].

Q kópliktiń **R** ge shekem bolǵan tolıqtırıwshısı sheksiz onlıq bólsheklerge tiykarlanadı. Racional sanlardı sheksiz onlıq bólshekler korinisinde súwretlewi periodlı bolǵanlıqtan xarakterlenedi. Ekinshi tárepten, qálegen sheksiz onlıq bólshekler “san kósherinde” bazı-bir noqattı beredi. Demek, *haqıyqıy sanlardı* sheksiz onlıq bólshekler menen jazıw qolaylı boladı. Hár bir haqıyqıy oń a sanın onlıq bólshek kórinisinde jazıw múmkin

$$a = \sum_{k=m}^{\infty} a_k 10^{-k}, \qquad (2)$$

bunda m – bazı-bir pútun san hám a_k cifrlar yamasa koefficientler

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

mánislerin qabıl etedi. Bunday súwretlew barlıq $k > n$ ushın $a_k = 0$ jaǵdaydan basqa jaǵdaylarda birden-bir, bunday jaǵdayda a sanınıń basqasha súwretleniwi bar: $a'_n = a_n - 1$, $a'_k = 9$, $k > n$ hám $a'_k = a_k$, $k < n$. Q da limitke iye bolmaǵan racional sanlardan turatuǵın Koshi izbe-izliklerin dúziw qıyın emes:

0,1, 0,1011, 0,10110111, 0,1011011101111, …

Ekinshi tárepten, racional sanlardan dúzilgen Kóshi izbe-izlikleriniń ekvivalentli klaslardıń hár biri óz ishine qatardıń dara qosındılarınıń izbe-izligin aladı bul izbe-izliktiń limiti sheksiz onlıq bólshekler boladı. Basqasha aytqanda, haqıyqıy sanlar kópligi evklid aralıǵına qarata tolıq boladı hám sheksiz onlıq bólshekler menen haqıyqıy sanlardı dúziw evklid aralıǵına qarata tolıqtırıw processine ekvivalent boladı. (2) ni g tiykarı boyınsha sheksiz bólsheklerge jayıw menen ulıwmalastırıw múmkin, bunda g – 2 den úlken yamasa teń bolǵan qálegen natural san, demek

$$a = \sum_{k=m}^{\infty} a_k g^{-k},$$

bul jerde a_k koefficientleri $\{0,1,...,g-1\}$ kópligininń mánislerin qabıl etedi[8. 161-162. 9. 105-107].

Juwmaqlap aytqanda: Maqalada *p*-adikalıq sanlar teoriyası jáne matematikada qollanılıwı keń analiz etildi. *p*-adikalıq sanlar racional sanlar maydanın *p*-adikalıq norma járdeminde keńeytirip, jańa matematikalıq sistemanı jaratadı. Bul teoriyanıń ayrıqsha qásiyetleri, mısalı, *p*-adikalıq normanıń arximed bolmaǵan norma bolıwı, olardıń fizika, itimallar teoriyası, kriptografiya sıyaqlı tarawlarda qollanılıwın jáne de qızıqlı etedi. Maqalada *p*-adikalıq sanlardıń algebraik geometriya, funkcional analiz hám *p*-adikalıq differencial teńlemelerindegi áhmiyeti de kórsetilgen. *p*-adikalıq sanlar maydanı matematikada zamanagóy jónelislerden biri retinde óz ornın bekkemledi. Ostrovskiy teoreması sıyaqlı matematikalıq metodlar járdeminde *p*-adikalıq sanlardıń qásiyetleri anıqlandı jáne bul sanlardıń kem ushraytuǵın qásiyetleri haqıyqıy sanlardan parıqlanıwın kórsetip berdi. *p*-adikalıq sanlar teoriyasınıń rawajlanıwı jańa ilimiy izertlewlerge jol ashadı, bul bolsa matematikalıq hám ámeliy tarawlarda jáne de jańa jetiskenliklerge erisiwge múmkinshilik beredi. *p*-adikalıq sanlar maydanında alıp barılǵan izertlewler, onıń dáslepki kiritilgen konseptlerin tereńlestirip, matematikalıq sistemalardıń jańa jantasıwların usınıs etti.

Ádebiyatlar

1. Koblitz N., *p*-adic numbers, *p*-adic analysis, and zeta – functions. // Springer-Verlag, New York Heidelberg Berlin. –1977. –P. 190.
2. Vladimirov V.S., Volovic I.B., Zelenov E.I, p-adic Analysis and Mathematical Physics. // World Scientific. Singapore. –1994. –P. 352.
3. Vinogradov İ.M. Osnovı teorii chisel. // M.: Nauka. –1981. –C. 176.
4. Ayupov Sh.A., Kurbanbayev T. The classification of 4-dimensional p-adic filiform Leibniz algebras. // TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics. –2010. -Vol. 1. -No 2. –P. 155-162.
5. Xrennikov A. Yu. Nearximedov analiz i ego prilojeniya. // M.: Fizmatlit. -2003. –C. 216.
6. Mukhamedov F.M., Mendes Jose F.F., On the chaotic behavior of a generalized logistic p-adic dynamical system. // J. Differential Equations 243. –2007. P. 125-145.
7. Mukhamedov F.M., Rozikov U.A., On rational p-adic dynamical systems. // Methods Funct. Anal. Topology 10 (2). –2004. –P. 21-31.
8. Kurbanbaev T.K. Uravneniya chetvertoy stepeni v pole p-adicheskix chisel. // “Problemı sovremennoy matematiki”. Materialı Respublikanskoy nauchnoy konferenci, -Karshi. -2011. -S.161-162.
9. Kurbanbaev T.K. Opisanie trexmernıx razreshimıx p-adicheskix algebr Li. // "Differentsial`nıe uravneniya i ix prilojeniya". Materialı Respublikanskoy nauchnoy konferentsii, -Nukus. -2009. -S.105-107.