

FIZIKANING AYRIM MASALALARINI YECHISHDA  
MATEMATIKANING QO'LLANILISHLARI

Avezova M.M.

Qoraqalpoq davlat universiteti 1-bosqich magistranti  
[avezovaminay@gmail.com](mailto:avezovaminay@gmail.com)

Ilmiy rahbari: Askarova D.B.

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15644015>

*Annotatsiya:* Differensial tenglama yordamida tabiyatning ko'pchilik hodisalarini yechishga bo'ladi. Shulardan biri turmushda ko'p uchrashadigan voqealardan biri bo'lgan, biz ko'rib chiqayotgan idishdan suyuqlikning oqishiga bog'liq masalalarni ko'rishga bo'ladi.

*Kalit so'zlar:* differensial tenglama, suyuqlik, idishdan suyuqlikning oqishi, ko'ndalang kesim, pasayish vaqti, bo'shsh vaqti, hajm.

Fan va texnikaning ko'plab masalalarini yechishda, ko'rib chiqilayotgan hodisani tasvirlovchi noma'lum funksiyani va uning hosilalarini o'z-aro bog'lovchi ayniyat emas nisbatlarni o'rganishga, ya'ni bazi bir differensial tenglamalarni yoki differensial tenglamalar sistemalarini o'rganishga va yechishga olib keladi. Differensial tenglamalar asosiy matematik tushunchalarning biri bo'lib, u qanday da bir hodisani yoki jarayonni o'rganish natijasida olingan ushbu hodisaning yoki jarayonning differensial modellari bo'lib hisoblanadi [1-6].

Idishdan suyuqlikning oqishiga bog'liq masalalarni ko'rib chiqamiz. Aytaylik, ko'ndalang kesimning yuzasi  $S$  balandligi  $h$  ning  $S = S(h)$  funksiyasi bo'lgan idish  $H$  balandlikkacha suyuqlik bilan to'ldirilgan bo'lib, bu suyuqlik idish tubidagi ko'ndalang kesim yuzasi  $\omega$  bo'lgan teshik orqali oqib boshlasin. Suyuqlikning dastlabki  $H$  qaddidan erkli  $h$  gacha pasayish vaqti  $t$  ni va idishning to'liq bo'shsh vaqti  $T$  ni aniqlaymiz. Idishdagi suyuqlik miqdorining o'zgarish tezligi  $\mathcal{Q}$  idishdagi suyuqlik balandligi  $h$  ning belgili  $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}(h)$  funksiyasi deb hisoblaylik.

Bazı-bir  $t$  vaqt momentida idishdagi suyuqlik balandligi  $h$  ga teng bo'lsin.  $t$  dan  $t + dt$  gacha bo'lgan  $dt$  vaqt oralig'ida idishdan oqadigan suyuqlik miqdori  $dV$  ni asosining ko'ndalang kesim yuzasi  $\omega$ , balandligi  $\mathcal{Q}(h)dt$  bo'lgan silindr hajmi sifatida hisoblasak bo'ladi. Shunday qilib idishdan  $dt$  vaqt oralig'ida oqib chiqadigan suyuqlik miqdori  $dV = \omega \mathcal{Q}(h)dt$  miqdoriga teng bo'ladi.

Suyuqlikning idishdan oqqan bu hajmini boshqa usul bilan ham hisoblasa bo'ladi. Suyuqlik idishdan oqishi sababli idishdagi suyuqlikning  $h$  balandligi

$dh$  miqdorga pasayadi, demak,  $dV = -S(h)dh$ .  $dV$  uchun ikki ifodani bir-biriga tenglashtirib, quyidagi differensial tenglamaga ega bo’lamiz:  
 $\omega \mathcal{G}(h)dt = -S(h)dh$ .

Bu tenglamani integrallash uchun, tenglamaning o’zgaruvchilarini ajratamiz

$$dt = -\frac{S(h)}{\omega \mathcal{G}(h)} dh.$$

Bundan

$$t = -\frac{1}{\omega} \int_h^H \frac{S(h)}{\mathcal{G}(h)} dh = \frac{1}{\omega} \int_h^H \frac{S(h)}{\mathcal{G}(h)} dh \quad (1)$$

bo’ladi. Idish to’liq bo’shaganda  $h = 0$ , shu sababli idishning to’liq bo’shash vaqt  $T$  quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$T = \frac{1}{\omega} \int_0^H \frac{S(h)}{\mathcal{G}(h)} dh. \quad (2)$$

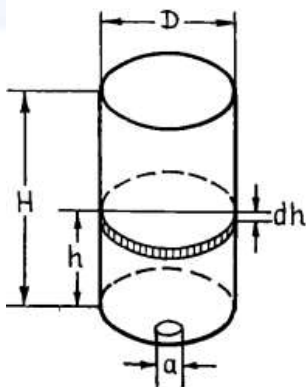
Agar idish asosidagi suyuqlik oqadigan teshikning ko’ndalang kesim maydoni juda kichik bo’lsa, unda Torichelli qoidasiga muvofiq  $\mathcal{G} = \mu \sqrt{2gh}$  bo’ladi, bu yerda  $g$  og’irlik kuchining tezlanishi,  $\mu$  empirik (sarflanish) koefficienti. Bu holda paydo bo’lgan yuqoridagi (1),(2) formulalar quyidagi ko’rinishda yoziladi:

$$t = \frac{1}{\omega \mu \sqrt{2g}} \int_h^H \frac{S(h)}{\sqrt{h}} dh, \quad T = \frac{1}{\omega \mu \sqrt{2g}} \int_0^H \frac{S(h)}{\sqrt{h}} dh.$$

Endi bu formulalarni foydalanib yechiladigan ayrim misollarni keltirib o’tamiz.

**Misol 1.** Diametri  $D$  balandligi  $H$  bo’lgan silindr ko’rinishidagi bak suv bilan to’ldirilgan. Bak tagidan  $a$  diametrli doira teshik orqali suv oqadi. Bakning bo’shash vaqtini aniqlang.

**Yechilishi.** Bu holatda silindirning ko’ndalang kesim yuzasi



$S(h)$  o'zgarimas bo'lib, u  $S(h) = \frac{\pi D^2}{4}$  ga teng. Demak

$$T = \frac{D^2}{a^2 \mu \sqrt{g}} \int_0^H \frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{2D^2 \sqrt{H}}{a^2 \mu \sqrt{2g}}$$

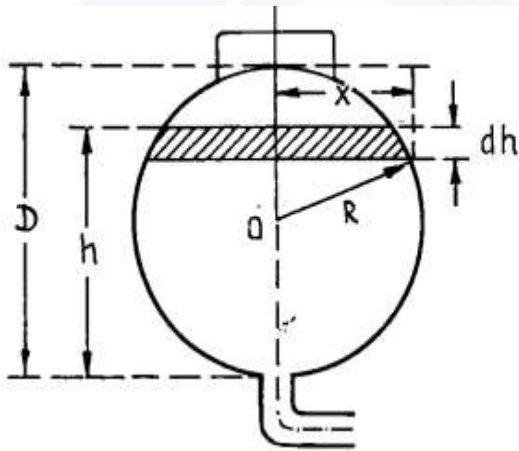
Xususiyl holda  $D=1$ ,  $H=1,5$  va  $a=0,05$  metrlarga teng bo'lganda va sarflanish koeffitsienti suv uchun  $\mu=0,62$  deb olinsa, u holda

$$T = \frac{2 \cdot 1^2 \cdot \sqrt{1,5}}{0,05^2 \cdot 0,62 \cdot \sqrt{19,62}} \approx 356 \text{ sek} = 5 \text{ daqiqa } 56 \text{ sekund}$$

bo'ladi.

**Misol 2.** Uzunligi  $L$  va ko'ndalang kesim diametri  $D$  bo'lgan temir yo'l sisternasi kerosin bilan to'ldirilgan. Kerosin sisterna ostida joylashgan va ko'ndalang kesim yuzasi  $\omega$  bo'lgan kichik chiqish naychasi orqali oqizib yuborilganda, sisterna qancha vaqtda bo'shashini aniqlang.

**Yechilishi.** Neft mahsuloti qaddining maydoni  $S(h)$  o'zgaruvchi miqdor bo'lib,



u quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$S(h) = 2x \cdot L = 2L \sqrt{R^2 - (h - R)^2} = 2L \sqrt{(D - h)h}.$$

Unda kerosinning sisternadan to'liq oqib chiqishi uchun ketadigan vaqt

$$T = \frac{2L}{\omega \mu \sqrt{2g}} \int_0^D \frac{\sqrt{(D - h)h}}{\sqrt{h}} dh = \frac{4LD \sqrt{D}}{3\omega \mu \sqrt{2g}}$$

formulasi bilan aniqlanadi.

Xususiyl holda  $L=12$ ,  $D=2,6$  metr va  $\omega=0,01 \text{ m}^2$  bo'lib, sarflanish koeffitsienti  $\mu=0,6$  bo'lsa, u holda

$$T = \frac{4 \cdot 12 \cdot 2,6 \sqrt{2,6}}{3 \cdot 0,01 \cdot 0,6 \sqrt{19,62}} \approx 2520$$

ya'ni kerosinning sisternadan to'liq oqib chiqishi uchun ketadigan vaqt 42 daqiqa bo'ladi.

### Adabiyotlar

1. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.Наука.1987.
2. Альсевич А.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Минск. 1990.
3. Гутер Р.С., Янпольский А.Р. Дифференциал тенгламалар. Т.Уқитувчи. 1988.
4. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. –Минск. 1973. стр. 560.
5. Салохитдинов М.С., Насритдинов Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. 2 нашри.Т. 1994.
6. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи. Москва. 1987.